Chapitre 1 : Rappels et complements sur les fonctions dérivées.

I) Nombre dérivé, Fonctions Dérivées

Soit I un intervalle et f une fonction definie sur I :

On dit que f est dérivable en $x_0 \in I$ si le nombre $A = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$

existe A est alors le nombre dérivé de f en x_0

on ecrit $f'(x_0) = A$

La fonction qui, en tout point de I associe à x le nombre dérivé $f'(x)$ est appelée fonctions dé usuelles

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$
$x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

II) Derivées des fonction composées avec la racine ca

Soit u une fonction définie, derivable est stri positive sur un intervalle I :
La fonction derivée de $\sqrt{u}$ est alors.

$$\sqrt{u} = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$$

ex: Soit f, la fonction definie sur $\mathbb{R}$ pour

$$f(x) = \sqrt{x^2+x+1}$$

$$\Delta = b^2 - 4AC$$
$$= 1 - 4$$
$$= -3$$

$$f'(x) = \frac{2x+}{2\sqrt{x^2+x+1}}, x \in \mathbb{R}$$

demonstration :

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{u(x_0+h)} - \sqrt{u(x_0)}}{h}$$

expression conjuguée

$$\frac{(\sqrt{a} - \sqrt{b}) \times (\sqrt{A} + \sqrt{B})}{h \times (\sqrt{A} + \sqrt{B})}$$

$a^2 - b^2$

$$\frac{\left(\overset{a}{\sqrt{u(x_0+h)}} - \overset{b}{\sqrt{u(x_0)}}\right) \times \left(\overset{a}{\sqrt{u(x_0+h)}} + \overset{b}{\sqrt{u(x_0)}}\right)}{h \times \left(\sqrt{u(x_0+h)} + \sqrt{u(x_0)}\right)}$$

$$\frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h\left(\sqrt{u(x_0+h)} + \sqrt{u(x_0)}\right)}$$

$$= \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h} \times \frac{1}{\sqrt{u(x_0+h)} + \sqrt{u(x_0)}}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{u(x_0+h) - u(x_0)}{h} = u'(x_0)$$

car u est derivable

$$\lim_{h \to 0} \frac{1}{\sqrt{u(x_0+h)} + \sqrt{u(x_0)}} = \frac{1}{2\sqrt{u(x_0)}}$$

$$\lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{u(x_0+h)} - \sqrt{u(x_0)}}{h} = u'(x_0) \times \frac{1}{2\sqrt{u(x_0)}} =$$

$$\frac{u'(x_0)}{2\sqrt{u(x_0)}}$$

II) Derivées du type u^n

Soit n un entier non nul et u une fonction derivable sur un intervalle I.
On a alors

$$[(u(x))^n]' = n\,(u(x))^{n-1} \times u'(x)$$

Ex : $f(x) = (-5x^2 + 3)^4$

$$f'(x) = 4(-5x^2+3)^{4-1} \times (-10x)$$
$$= -40x(-5x^2+3)^3$$